

Zeit, Strecke, ... : n oder x

Endwert:  $G_n, K_n, f(x)$  bzw. y

Startwert:  $G_0, K_0$  oder c

Wachstumsfaktor:  $q = (1 \pm \frac{p}{100})$

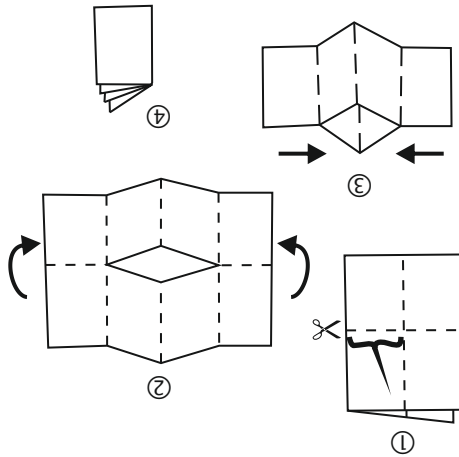
Prozentsatz: p

Wachstum/Zerfall  $G_n = G_0 \cdot q^n$   
Zinseszins  $K_n = K_0 \cdot q^n$

Exponentialfunktionen  $f(x) = c \cdot q^x$



© www.erstestun.de/mathematik/m10\_4.pdf



Beispiel 2:

$$\begin{aligned} 5 \cdot 3,2^x &= 51,2 \\ 3,2^x &= 10,24 \quad | :5 \\ \log_{3,2} 10,24 &= \log_{3,2} 10,24 \\ x &= 2 \quad | \text{IL} = \{2\} \end{aligned}$$

Beispiel 1:

$$\begin{aligned} 5^x &= 625 \\ \log_5 625 &= \log_5 625 \\ x &= 4 \quad | \text{IL} = \{4\} \end{aligned}$$

### Lösen einer Exponentialgleichung

Der Logarithmus einer Zahl<sub>a</sub> gibt an, wie oft sie für das Ergebnis (den Numerus) mit sich selbst multipliziert werden muss.

$\log_3 81 = 4$  weil  $3^4 = 81$



### Logarithmus

An ihrem 18. Geburtstag beträgt ihr Guthaben 3.022,31 €.

$K_n = 2.500 \cdot 1,025^8 \approx 3.022,31 \text{ €}$

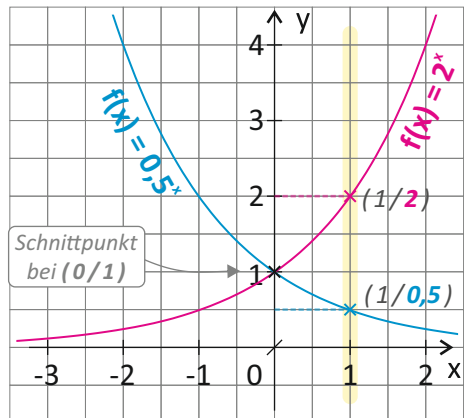
geg.:  $K_n = ?$   
 $n = 8$  Jahre  
Startkapital  $K_0 = 2.500 \text{ €}$   
 $q = (1 + \frac{2,4}{100}) = 1,024$   
Zinsfaktor  
 $p = 2,4\%$   
Zinssatz

Zinseszins  
Gretas Eltern legen an ihrem 10. Geburtstag 2.500 € bei einer Bank zu einem Zinssatz von 2,4 % an. Wie hoch ist das Guthaben an ihrem 18. Geburtstag?

$f(x) = q^x$  oder  $f(x) = a^x$

Gleichungen mit  $f(x) = q^x$  heißen Exponentialfunktionen.

Beispiele:

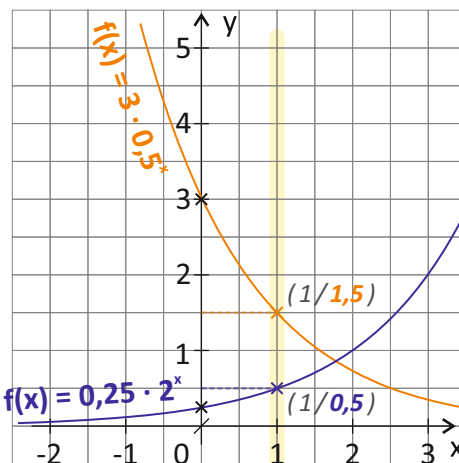


Ist  $q > 1$ , steigt der Graph.  
Ist  $0 < q < 1$ , fällt der Graph.

$f(x) = c \cdot q^x$  oder  $f(x) = k \cdot a^x$

Eine Exponentialfunktion der Form  $f(x) = c \cdot q^x$  schneidet die y-Achse in dem Punkt  $(0/c)$ .

Beispiele:



### Exponentielle Zunahme

In einem Land leben aktuell 80 Millionen Menschen. Die Bevölkerung wächst jährlich um 1,2 %.

Wie groß ist die Bevölkerung in sechs Jahren?

geg.:  $p = 1,2\%$   
 $q = (1 + \frac{1,2}{100}) = 1,012$   
 $G_0 = 80 \text{ Mio.}$   
 $n = 6$  Jahre

ges.:  $G_n = ?$

$G_n = 80 \cdot 1,012^6 \approx 85,94 \text{ Mio.}$

In sechs Jahren leben in dem Land ca. 85,94 Mio. Menschen.

(Für einen bereits vergangenen Zeitpunkt müssen negative Zahlen eingesetzt werden: z.B.  $n = -5$  für „vor fünf Jahren“.)

### Exponentielle Abnahme

Die radioaktive Substanz Jod 123 zerfällt pro Stunde um ca. 5 %. Zu Beginn sind 30 mg vorhanden.

Wie viel mg Jod 123 sind nach 4 Stunden noch vorhanden?

geg.:  $p = 5\%$   
 $q = (1 - \frac{5}{100}) = 0,95$   
 $G_0 = 30 \text{ mg}$   
 $n = 4$  Jahre

ges.:  $G_n = ?$

$G_n = 30 \cdot 0,95^4 \approx 24,44 \text{ mg}$

Nach vier Stunden sind noch etwa 24,44 mg vorhanden.